

# Grundlegende Sachverhalte und Sprechweisen in der Geometrie

Die grundlegenden Objekte der Geometrie sind *Punkte* und *Linien*.

Ein Punkt wird hierbei festgelegt als

- Endpunkt einer Linie oder als Schnittpunkt von zwei Linien

Eine Linie ist eine Menge von unendlich vielen Punkten; die wichtigsten Linien sind *Strecke*, *Strahl* (oder *Halbgerade*), *Gerade*, *Kreis*

Durch jeweils zwei Angaben sind diese Linien eindeutig bestimmt:

Eine *Strecke* wird festgelegt durch ihre beiden Endpunkte.

Ein *Strahl* wird festgelegt durch seinen Anfangspunkt und einen weiteren Punkt.

Eine *Gerade* wird festgelegt durch zwei (beliebige und verschiedene) Punkte.

Ein *Kreis* wird festgelegt durch seinen Mittelpunkt und seinen Radius oder durch seinen Mittelpunkt und einen seiner Punkte.

Eigenschaften von Strecke und Kreis:

Die kürzeste Verbindung zweier Punkte A und B ist die Strecke AB.

Die Menge aller Punkte, die von einem Punkt M den Abstand r haben, bildet den Kreis mit Mittelpunkt M und Radius r.

Ortslinien (Linien aus Punkten mit bestimmten geometrischen Eigenschaften):

Die Menge aller Punkte, die von einem Punkt A den Abstand d haben, bildet den Kreis mit Mittelpunkt A und Radius d.

Die Menge aller Punkte, die von zwei verschiedenen Punkten A und B den gleichen Abstand haben, bildet die Mittelsenkrechte der Strecke AB.

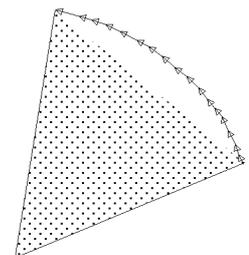
Die Menge aller Punkte, die von zwei von einem Punkt S ausgehenden Strahlen u und v den gleichen Abstand haben, bildet die Winkelhalbierende des von u und v gebildeten Winkels mit Scheitelpunkt S.

Die Menge aller Punkte, die von einer Geraden g den Abstand d haben, bildet die Schar der beiden zu g im Abstand d gezogenen Parallelen.

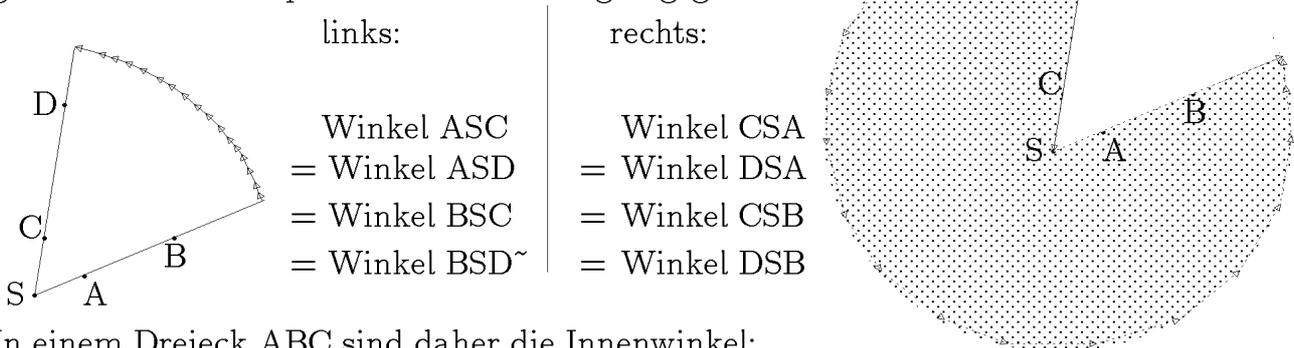
Die Menge aller Punkte X, für die bei einer gegebenen Strecke AB der Winkel AXB ein rechter ist, bildet den Thaleskreis über AB.

Die Menge aller Punkte X, für die bei einer gegebenen Strecke AB der Winkel AXB die Weite  $\alpha$  hat, liegt auf einem Kreis, zu dem AB eine Sehne mit dem Mittelpunktswinkel  $2\alpha$  ist.

Besonders wichtige Objekte der Geometrie sind die *Winkel*. Ein *Winkel* wird durch zwei (mit einer Rangfolge versehenen) Strahlen bestimmt. Der *Winkel* lässt sich anschaulich deuten als Fläche, die überstrichen wird, wenn mit dem ersten Strahl mathematisch positiv (also gegen den Uhrzeigersinn) um den Scheitelpunkt eine Drehung auf den zweiten Strahl ausführt.



Man bezeichnet einen *Winkel*, indem man unter Beachtung dieser Reihenfolge einen Punkt auf dem ersten Strahl, den Scheitelpunkt und einen Punkt auf dem zweiten Strahl nennt. Nachfolgend sind zwei Beispiele zur Bezeichnung angegeben:



In einem Dreieck ABC sind daher die Innenwinkel:

Winkel BAC, Winkel CBA und Winkel ACB. Die Weiten dieser Winkel werden bekanntlich mit  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  bezeichnet.

Eine Konstruktionsbeschreibung muss vollständig und unmissverständlich sein. Zeichnet man also z.B. einen bestimmten Kreis, muss man Mittelpunkt und Radius (oder einen Punkt des Kreises) angeben. Zur Vereinfachung und um das Vergessen wichtiger Angaben zu vermeiden, sind bestimmte Sprechweisen festgelegt worden, die jeweils alle wesentlichen Angaben enthalten. Ein Ersatz ist die Kurzsprache, wie sie im Programm Constri verwendet wird:

Strecke:

Wenn beide Endpunkte X und Y schon existieren: *Ich zeichne die Strecke XY.*

Wenn irgendwo eine Strecke der Länge 5cm mit den Endpunkten X und Y gezeichnet werden soll: *Ich zeichne eine Strecke der Länge 5cm und nenne die Endpunkte X und Y.*

Gerade:

Wenn zwei Punkt X und Y der Geraden g gegeben sind: *Ich ziehe eine Gerade g durch die Punkte X und Y.*

Wenn die Gerade g orthogonal zu einer gegebenen Geraden f und durch einen Punkt P verlaufen soll: *Ich zeichne durch P eine Orthogonale g zu f.*

Wenn die Gerade g parallel zu einer gegebenen Geraden f und durch einen Punkt P verlaufen soll: *Ich zeichne durch P eine Parallele g zu f.*

Winkel:

Meistens beginnt eine Zeichnung nicht mit einem irgendwo gezeichneten Winkel, sondern ein Schenkel des Winkels ist bereits gegeben. Man sagt dann, dass der Winkel an diesen Schenkel *angetragen* wird. Dabei muss der vorliegende Strahl (gegeben durch Anfangspunkt und einen weiteren Punkt) ebenso genannt werden wie die Weite des Winkels. Also z.B. : *Ich trage einen Winkel der Größe  $56^\circ$  an AB in B an und nenne den freien Schenkel s.* Möglich ist auch die Beschreibung mit Hilfe einer Drehung: *Ich führe mit dem Strahl BA eine  $56^\circ$ -Drehung um B aus und nenne den erhaltenen Strahl s.*

Zusammenfassender Rat: Geometrische Konstruktionen bestehen im wesentlichen daraus, dass Strecken, Geraden und Kreise gezeichnet, Winkel angetragen und Linien zum Schnitt gebracht werden. Es wird dringend empfohlen, sich durch Übung Sicherheit bei der sprachliche Darstellung dieser wenigen Sachverhalte zu verschaffen.